

標準 MCAP-CR 型スピーカーシステムの数値解析シミュレーション

鈴木 茂
December 5, 2011

1. はじめに

標準型 MCAP-CR の共振周波数の求め方ⁱおよび運動方程式の解法ⁱⁱについては、いままでに議論してきた。行列形式で記述した運動方程式は、どの多自由度バネ型システムでも共通であり、剛性行列の成分が異なるだけなので、運動方程式の解法は共通である。ここでは、標準型の MCAP-CR について、実際に運動方程式を解きシミュレーションを実施する。

2. 標準型 MCAP-CR の運動方程式の離散型

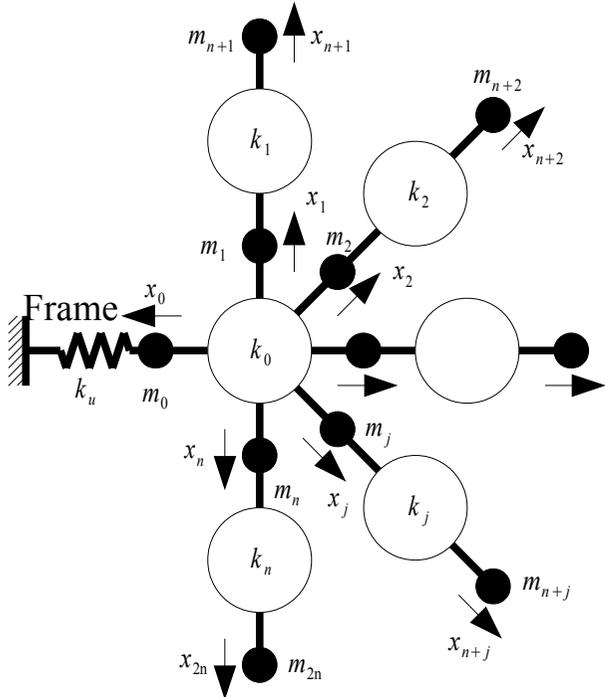


Fig. 1 各記号の意味と方向の定義

多自由度型を含む全てのバネ型システムの運動方程式は下記の通り表される。

$$M \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + C \frac{d \mathbf{x}}{dt} + K \mathbf{x} = \mathbf{f} \tag{1}$$

- ここで、
- M** : 質点の質量行列 [kg]
 - C** : 減衰項行列 [kg/s]
 - K** : 剛性行列 [N/m]
 - f** : 外力ベクトル [N]
 - x** : 質点の変位ベクトル[m].

(1)式の中央差分型は、下記の通りとなる。

$$M \frac{x^{j+1} - 2x^j + x^{j-1}}{\delta^2} + C \frac{x^{j+1} - x^{j-1}}{2\delta} + K x^j = f^j \tag{2}$$

- ここで、
- $j, j+1, j-1$: 離散化された時間
 - δ : 離散化された時間の刻み幅[s]

簡単にするため、減衰項は無視すると、(1)式は下記の通りとなる。

$$M \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + K \mathbf{x} = \mathbf{f} \tag{3}$$

i 鈴木, “並列配置型小部屋構造(MCAP)スピーカーシステムの固有振動を求める計算式”, 2008
 ii 鈴木, “バネ型スピーカーシステムのシミュレーション”, 2008

(3)式の帰納式による表現は下記の通りとなる。

$$\mathbf{x}^{j+1} = (2\mathbf{I} - \delta^2 \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}) \mathbf{x}^j - \mathbf{x}^{j-1} + \delta^2 \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}^j \quad (4)$$

ここで、

\mathbf{I} : 単位行列

次に、各行列を記述する。ここでは、式を簡潔に表すため、副空気室の数 $n=2$ の場合の式を表す。 n は数式上では無限に拡張可能である。

質点の質量行列は、次式の通りになる。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

剛性行列は、(6)式の通りに表現される。 $\hat{\mathbf{K}}$ は、全てのダクトの断面積が、振動板の実効面積に等しい場合の剛性行列で、ここでは標準剛性行列と定義する。

$$\mathbf{K} = \mathbf{R} \hat{\mathbf{K}} \mathbf{R} \quad (6)$$

ここで、

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} k_u + k_0 & k_0 & k_0 & 0 & 0 \\ k_0 & k_0 + k_1 & k_0 & -k_1 & 0 \\ k_0 & k_0 & k_0 + k_2 & 0 & -k_2 \\ 0 & -k_1 & 0 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & -k_2 & 0 & k_2 \end{bmatrix} \quad \text{及び} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_4 \end{bmatrix} \quad \text{但し、} \quad r_j = \frac{a_j}{a_0}$$

外力はどのような波形でも構わないが、フーリエの法則により、どのような有限の波形も正弦波の重ね合わせで表すことができるため、単純な正弦波とする。外力項は次式で表される。

$$f_0(t) = b \sin(2\pi Ft) \quad \text{及び} \quad f_1(t) = f_2(t) = \dots f_n(t) = 0 \quad (7)$$

ここで、

b : 加振力の振幅[N]

F : 加振力の周波数[Hz].

以上から、 $n=2$ の場合の運動方程式は、下記の帰納式となる。

$$\begin{bmatrix} x_0^{j+1} \\ x_1^{j+1} \\ x_2^{j+1} \\ x_3^{j+1} \\ x_4^{j+1} \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} x_0^j \\ x_1^j \\ x_2^j \\ x_3^j \\ x_4^j \end{bmatrix} - \delta^2 \mathbf{M}^{-1} \mathbf{R} \begin{bmatrix} k_u+k_0 & k_0 & k_0 & 0 & 0 \\ k_0 & k_0+k_1 & k_0 & -k_1 & 0 \\ k_0 & k_0 & k_0+k_2 & 0 & -k_2 \\ 0 & -k_1 & 0 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & -k_2 & 0 & k_2 \end{bmatrix} \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_0^j \\ x_1^j \\ x_2^j \\ x_3^j \\ x_4^j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0^{j-1} \\ x_1^{j-1} \\ x_2^{j-1} \\ x_3^{j-1} \\ x_4^{j-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\delta^2 b}{m_0} \sin(2\pi F \delta j) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

2. 帰納型離散式の解法

最初は、各質点が原点で止まっていたとすると、初期条件は下記の通りとなる。

$$\mathbf{x}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{x}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

次に、各行列成分を求め、(8)式を順に計算することにより、各質点の変位を求めることができる。

3. シミュレーション例

ここでは、TR130c 型の場合についてのシミュレーション例を示す。TR130c 型のスピーカユニットには、Feastrex の NF5-Exciter 型を使用しているが、仕様に不明な点があるため、代わりに Tangband の W5-1611SA 型を使用してシミュレーションを実施した。箱の特性は変わらないが、シミュレーションの結果は異なる。

Table 1 数値解析の条件

スピーカユニット			空気室			ダクト			その他		
定数	値	備考	定数	値	備考	定数	値	備考	その他の条件	値	備考
m_0	5.76[g]		V_0	15[L]		$a_1 \times l_1$	20.25 x 50	$cm^2 \times mm$	熱力学的条件 力の振幅	等温条件 1[N]	
a_0	94 [cm^2]		V_1	10[L]		$a_2 \times l_2$	20.25 x 92				
f_0	60[Hz]		V_2	14[L]		$a_3 \times l_3$	20.25 x 110				
			V_3	16[L]		$a_4 \times l_4$	12.96 x 120				
						$a_5 \times l_5$	12.96 x 150				
						$a_6 \times l_6$	12.96 x 240				

加振周波数を変えて結果を計算した。各質点の変位は色のついた線で表される。

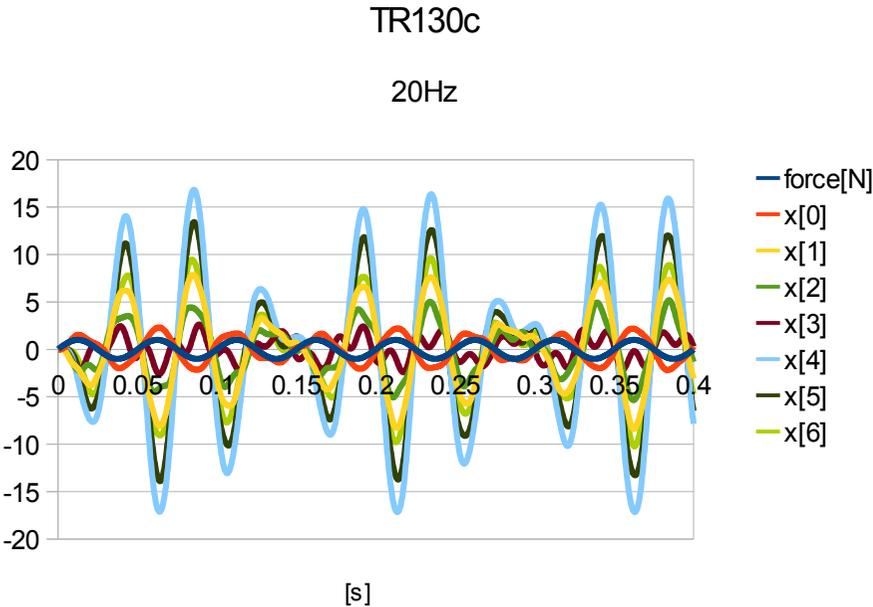


Fig.2

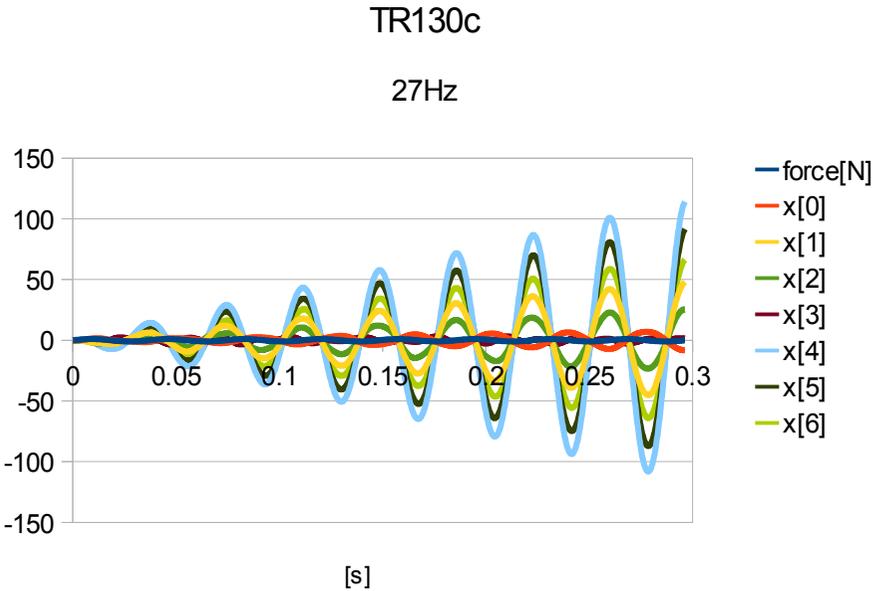


Fig.3

20Hz は、設計上の共振周波数より低い。このとき、全てのダクト内の空気は、振動板 (X[0])とは反対方向に動く。また、振幅も最大 15mm 程度である。

27Hz は、設計上の最低共振周波数である。この場合も 20Hz と同様、振動板の動きとダクト内の空気の動きは全て逆相になっているが、ダクト内の空気の振幅 100mm 程度であり、振動板の振幅の数十倍である。この場合は、シングルパスレフの共振の概念とは異なるが、何らかの共振をしているようである。

解析前の予想と違っていたのは、質量の大きな6番目のダクトの振幅よりも質量の小さな4番目のダクトの振幅のほうが大きかったことである。設計上は、共振点を低くするために、質点をの質量を大きくするのだが、大きな質量を大きな振幅にするために十分な力が与えられていないようである。このような、設計の狙いと異なる結果が出たことは、今後の設計の基準を決めるために重要である。

Fig.4、Fig.5 は、夫々 32Hz、50Hz での各質点の変位を示したものである。精密な測定はしていないが、耳で聞いた限りでは、このモデルの 32Hz～100Hz では十分な応答がある。Fig.4 は、32Hz の入力に対しては少なくとも4本のダクトが音圧を上昇させるよう働いていることを示している。Fig.5 に示す 50Hz の応答では、更に複雑な動作をしており、内部ダクトである内部の空気が $x[3]$ が他のダクト内部の空気と逆の方向に変位している。 $x[3]$ と空気室#3 を挟んで反対側にある大気開放側のダクト $x[6]$ は、50Hz での振動に貢献しているように見える。

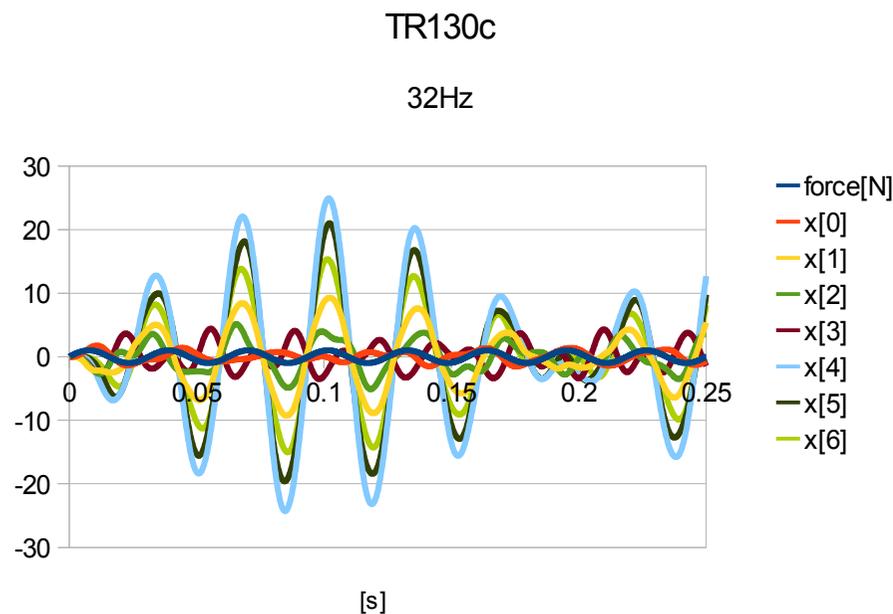


Fig.4

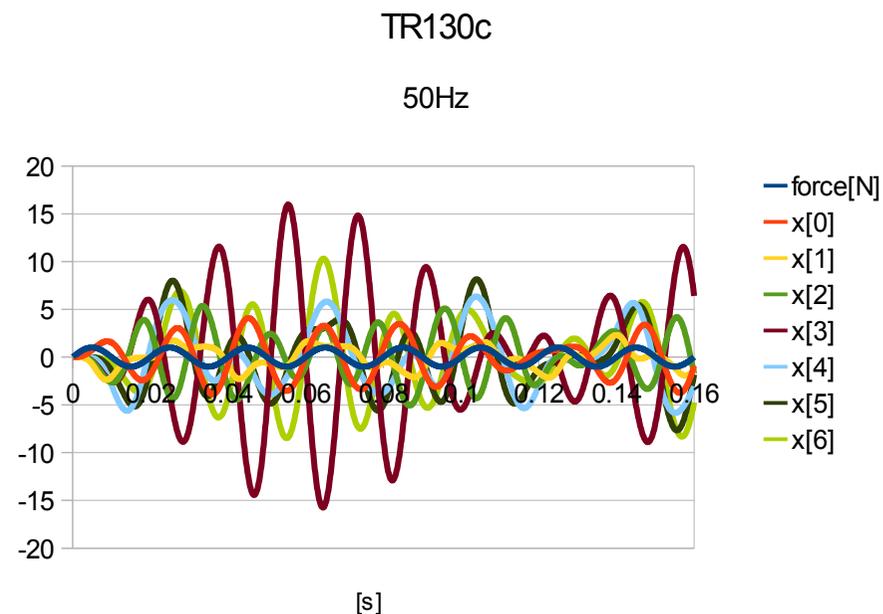


Fig.5

4. まとめ

標準型 MCAP-CR の質点の変位を数値解析により検証した。ここで分かったことは、標準型 MCAP-CR の動作は、考えていた以上に複雑なことである。このことから、結論するためには、更なる研究が必要である。

多自由度バネ型のような解析は、今まで見たことがなく、これが初めての研究成果であると考えます。今後、この研究を発展させ、高品質なスピーカー再生の研究に貢献したい。

付表

計算プログラム設計シート

Item	Specification	Note																																												
計算の分解能	8ビット	$\delta = \frac{1}{2^8} T = \frac{1}{2^8 F}$ [s]																																												
計算の範囲	0[s] ~ n_cycles×T[s]	$T = \frac{1}{F}$ [s]																																												
加振力	周波数 F[Hz] 振幅 b[N]	$f_0^j = b \sin(2\pi F \delta j)$ $f_i^j = 0$ (i=1,2,...,2n)																																												
定数	大気圧 p0=101300[Pa] 円周率 pi=3.141592	double 型																																												
中間変数	振動板の実効面積 $a_0 [m^2]$ スピーカユニットのばね定数 $k_u [N/m^2]$	入力の実効半径で与える $k_u = 4\pi^2 f_0^2 m_0$																																												
入力ファイル	conditions.txt 入力フォーマット (改行(\n)以外はタブ(\t)区切り) m0 radius f0 V[0] V[2] ... V[n] A[1] A[2] ... A[n] A[n+1] ... A[2n] L[1] L[2] ... L[n] L[n+1] ... L[2n] n n_cycles HCR b	<table border="1"> <thead> <tr> <th>記号</th> <th>内容</th> <th>単位</th> <th>型</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>m0</td> <td>振動板の実効質量 m_0</td> <td>[g]</td> <td>double</td> </tr> <tr> <td>radius</td> <td>振動板の実効半径</td> <td>[cm]</td> <td>double</td> </tr> <tr> <td>f0</td> <td>振動板の最低共振周波数 f_0</td> <td>[Hz]</td> <td>double</td> </tr> <tr> <td>V[i]</td> <td>空気室の容量</td> <td>[L]</td> <td>double</td> </tr> <tr> <td>A[i]</td> <td>ダクトの断面積</td> <td>[cm2]</td> <td>double</td> </tr> <tr> <td>L[i]</td> <td>ダクトの長さ</td> <td>[mm]</td> <td>double</td> </tr> <tr> <td>n</td> <td>副空気室の数</td> <td>[-]</td> <td>int</td> </tr> <tr> <td>n_cycles</td> <td>計算を行うサイクル数</td> <td>[-]</td> <td>int</td> </tr> <tr> <td>HCR</td> <td>熱力学条件(1:等温、1.4:断熱)</td> <td>[-]</td> <td>double</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>加振力の振幅</td> <td>[N]</td> <td>double</td> </tr> </tbody> </table>	記号	内容	単位	型	m0	振動板の実効質量 m_0	[g]	double	radius	振動板の実効半径	[cm]	double	f0	振動板の最低共振周波数 f_0	[Hz]	double	V[i]	空気室の容量	[L]	double	A[i]	ダクトの断面積	[cm2]	double	L[i]	ダクトの長さ	[mm]	double	n	副空気室の数	[-]	int	n_cycles	計算を行うサイクル数	[-]	int	HCR	熱力学条件(1:等温、1.4:断熱)	[-]	double	b	加振力の振幅	[N]	double
記号	内容	単位	型																																											
m0	振動板の実効質量 m_0	[g]	double																																											
radius	振動板の実効半径	[cm]	double																																											
f0	振動板の最低共振周波数 f_0	[Hz]	double																																											
V[i]	空気室の容量	[L]	double																																											
A[i]	ダクトの断面積	[cm2]	double																																											
L[i]	ダクトの長さ	[mm]	double																																											
n	副空気室の数	[-]	int																																											
n_cycles	計算を行うサイクル数	[-]	int																																											
HCR	熱力学条件(1:等温、1.4:断熱)	[-]	double																																											
b	加振力の振幅	[N]	double																																											