

## 並列配置型バスレフスピーカーシステムの簡易計算について

- 並列配置小部屋構造(MCAP)型スピーカーシステムの簡易計算方法 -

S.Suzuki

2008/10/06

並列配置型バスレフスピーカーシステムは、共振周波数を多くとることができ、また、最低共振周波数を下げることも容易な優れた方式である。しかしながら、共振周波数を計算するためには、多元連立微分方程式の固有値計算が必要になるため、専門知識が必要になる。並列配置型の典型例である並列配置小部屋構造(MCAP)型スピーカーシステムの共振周波数は、運動方程式の固有値を求めることにより計算できることは既示した<sup>1)</sup>。しかし、計算プログラムを用いる方法は実用的ではない。このため、ここでは、計算プログラムを用いずに、共振周波数を推定する方法について検討した。

## [1] ダクト内の空気塊（質点）の運動方程式の簡略化

運動方程式モデルで示したように、各質点は、相互に影響しながら動作するので、単純な公式によって共振周波数を導けるのは、質点が2つ（2自由度）の場合までである。質点が3つ以上の場合は、質量行列と、剛性行列がそれぞれ対角行列であれば、それぞれの動作が完全に独立しているので、簡単な計算で共振周波数を求めることができる。しかし、剛性行列の非対角要素は、ゼロではない。このことが、計算プログラムを使用しなければならないことの論拠となっている。計算プログラムを使用した設計及び実際の製作を繰り返すうちに、実用的には、計算プログラムを使用しなくても共振周波数を適当な精度で推定することが可能ではないかと考えるようになった。

ここでは、各質点の動作と空気室の相互作用に単純な仮定を設けることにより、簡易計算する方法について提案する。

## (1) 1次元の場合の計算式

1次元問題の場合、空気の剛性（ばね定数）、質点の質量、共振周波数は下記の通り表される。

$$\text{空気室内の空気の剛性} \quad k = \frac{\gamma \cdot a^2 P}{V} \text{ [N/m]} \quad (1)$$

$$\text{質点（空気塊）の質量} \quad m = \rho \cdot a \cdot l \text{ [kg]} \quad (2)$$

但し、

- m: 各ダクトにおいて一体となって振動する空気の質量[kg]
- $\rho$ : 空気の密度[kg/m<sup>3</sup>]
- a: ダクトの断面積[m<sup>2</sup>]
- l: ダクトの相当長さ(ダクトの補正長さ)[m]

<sup>1)</sup> S. Suzuki, "並列配置型小部屋構造(MCAP)スピーカーシステムの固有値を求める計算式", MCAP001J (2008)

$\gamma$ : 空気の比熱比(=1.4)<sup>2</sup>  
 P: 大気圧(=101,300[Pa])

ダクトの共振周波数 
$$f_D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma \cdot a \cdot P}{\rho \cdot l \cdot V}} \quad [\text{Hz}] \quad (3)$$

簡易計算の考え方は、多次元問題の変数を分離して 1次元問題に落とし込むものである。変数が完全に分離されていれば、固有値と固有ベクトルが求められたのと同様なので、ここでは、仮定を置くことにより、実際には分離されていない変数を分離し出来たものとして扱うことにする。

(2) 簡易計算の仮定

Fig.1 に副空気室が 4 (n=4)の場合の典型的な MCAP 型の構造を示す。

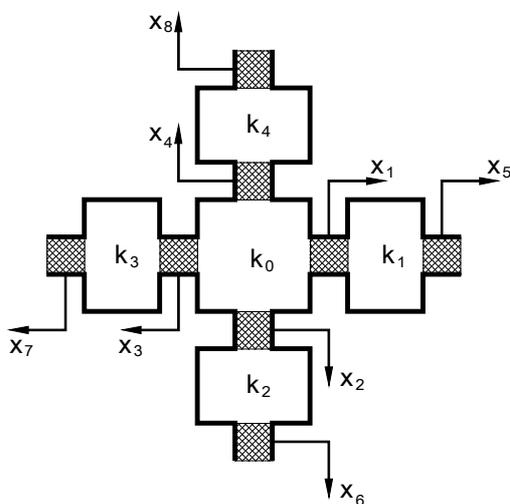


Fig.1 MCAP(副空気室 4 個の場合)の振動モデル

各チャンバー内の空気の剛性 (のばね定数)  $k$  は、ダクト面積の関数であるので、数式整理のため便宜上、ダクトの面積を、基準面積との比を使用して表す。基準面積は、振動板面積とし、 $a_0$ で表すこととする。また、各副空気室の容積を、夫々、 $V_1, V_2, \dots, V_n$ とし、ダクトの断面積を、夫々  $a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_{2n}$  とすると、夫々のダクトに対するキャビネットの剛性は(4)式で表される。添字は、Fig.1 の  $x$  の添字のように主空気室と副空気室を繋ぐダクトの番号を 1,2,...,N とし、各副空気室から大気に開放したダクトの番号を N+1,N+2,...,2N とする。

$$k_j^* = \frac{r_j^2 a_0^2 P}{V_j} \quad (4)$$

但し、 
$$r_j = \frac{a_j}{a_0} \quad (5)$$

<sup>2</sup>ここでは、断熱条件ではなく等温条件を使用した。このため、 $\gamma=1.0$ として空気の剛性を算定した。

Table 1 に、各チャンバーの容積と内部の空気の剛性を示す<sup>3</sup>。

Table 1 各空気室の容積と空気室内の空気の剛性 (j=1, ...,n)

	容積[m <sup>3</sup> ]	a <sub>0</sub> に対する空気の剛性 [N/m]	a <sub>j</sub> に対する空気の剛性 [N/m]
主空気室	V <sub>0</sub>	$k_0 = \frac{a_0^2 P}{V_0}$	$k_{0j}^* = \frac{r_j^2 a_0^2 P}{V_0}$
副空気室(j 番目)	V <sub>j</sub>	$k_j = \frac{a_0^2 P}{V_j}$	$k_j^* = \frac{r_j^2 a_0^2 P}{V_j}$
副空気室(n+j 番目)	V <sub>j+n</sub>	$k_{n+j} = \frac{a_0^2 P}{V_j}$	$k_{n+j}^* = \frac{r_{n+j}^2 a_0^2 P}{V_j}$

(3) 簡易計算の仮定に基いた共振周波数の計算式

固有振動数を簡易的に推定するために下記のような仮定を置く。

- (a) 各ダクトの空気塊は独立して動作する<sup>4</sup>。
- (b) ダクトを通して繋がっている隣合う空気室の一部も着目した空気室として動作する<sup>5</sup>。
- (c) ダクトで直接繋がっていない空気室の容量による影響は無視する。

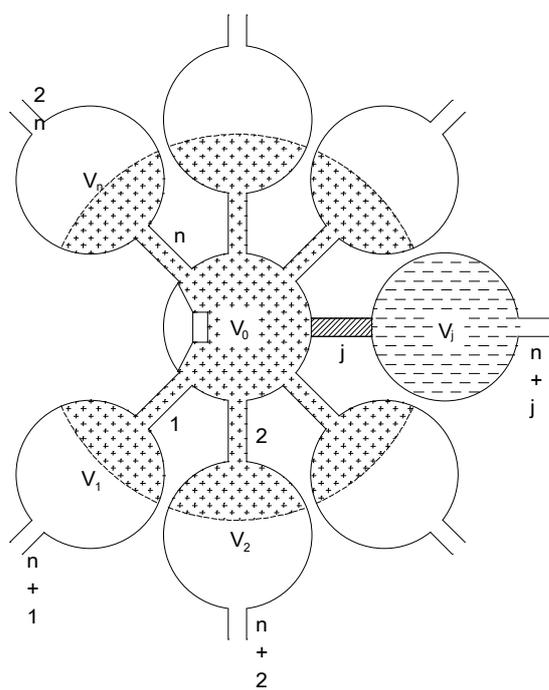


Fig.2a

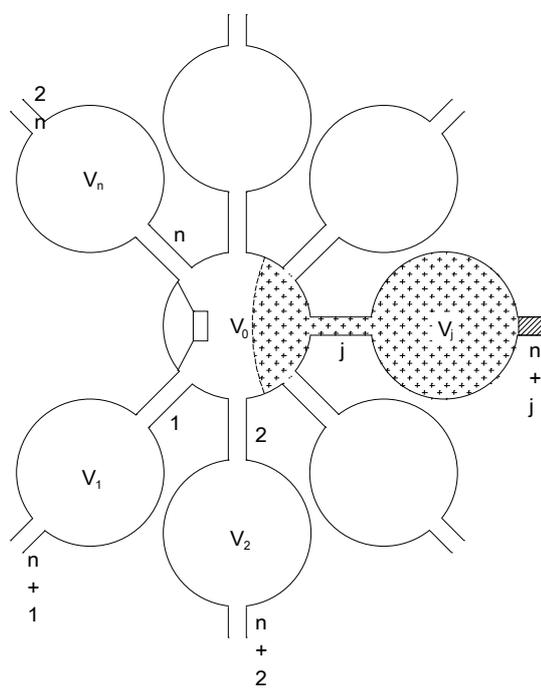


Fig.2b

<sup>3</sup> ここで使用している記号は、S. Suzuki, "並列配置型小部屋構造(MCAP)スピーカーシステムの固有振動を求める計算式", MCAP001J (2008)と共通とし、詳細説明は省略した。

<sup>4</sup> 実際には相互の作用があるので独立していないが、ある質点に着目したときに、他の質点の動きは考えず、夫々の質点を別々に動かしたときの重ね合せで系を表現することができるものと近似仮定する。

<sup>5</sup> MCAP の数式モデルでは、各チャンバーの間に質点が存在し、その質点が動くことにより次の部屋に波動を伝えることになっている。しかし、空気は質点とは異なるので、実際には質点によって各部屋が分離されているということはない。ここは、元のモデルの欠点でもあるため、ここでは、曖昧な動作を考慮した。

(b) - (c)の仮定を図示したものが、Fig.2a、2b である。

Fig.2a は、主空気室と副空気室とを繋ぐダクトに注目したときの、各チャンバーの働きを表したものである。ダクトjの空気が、右側に変位したときには、"+"でハッチングした部分は、1つの空気室として動作し、左側に引っ張って戻そうとする。また、 "-"でハッチングした部分は、逆に押して戻そうとする。

Fig.2b は、大気開放のダクトに注目したときの図である。この場合、ばねの動作をするのは、j番目の副空気室だけでなく、主空気室の一部も同様にばねの動作をする。この場合は、単に空気室が大きくなったかのような動作をする。

簡易計算のための仮定(a) - (c)に基いて算定した各チャンバーの容積、剛性及び質点の共振周波数を Table-2 に示す。

Table-2 共振周波数の簡易計算式

	等価容積[m <sup>3</sup> ]	相当剛性[N/m]	質量[kg]	共振周波数[Hz]
内部ダクト j=1, ...,n	$\hat{V}_0 = V_0 + \sum_{i=0}^n \alpha_i V_i - V_j$ $\hat{V}_j = \frac{1}{\frac{1}{\hat{V}_0} + \frac{1}{V_j}}$	$\hat{k}_j^* = \frac{r_j^2 a_0^2 \gamma \cdot P}{\hat{V}_j}$	$m_j = \rho \cdot r_j a_0 l_j$	$\hat{f}_j = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\hat{k}_j^*}{m_j}}$
大気開放ダクト j=1, ...,n	$\hat{V}_j = V_j + \beta_j V_0$	$\hat{k}_{j+n}^* = \frac{r_{j+n}^2 a_0^2 \gamma \cdot P}{\hat{V}_j}$	$m_{j+n} = \rho \cdot r_{j+n} a_0 l_{j+n}$	$\hat{f}_{j+n} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\hat{k}_{j+n}^*}{m_{j+n}}}$

ここで、^を付けた文字は、この仮定に基いて修正を実施した値であり、 $\alpha_j$ 、 $\beta_j$ は、仮定(b)に基いた場合に、ダクトを通して繋がった空気室の容量の、着目した空気室への付加割合を表すパラメータとする。これらのパラメータ、各パラメータの値は、 $0 \leq \alpha_j \leq 1$ 、 $0 \leq \beta_j \leq 1$ の範囲になる。

パラメータの値が 1 の場合は、空気室が完全に一体化しており、0 の場合は、空気室が完全に分離されていることを意味する。

[2] 簡易計算結果と固有値計算結果との比較

以上のモデルが実態をどの程度反映しているかは、実験によって確かめる他ない。しかしながら、インピーダンスの傾向を確認しても共振周波数は明確に反映されていた訳ではないので、今回はスイープ信号に対する応答のローカルピークが共振周波数を表すものと仮定して検証した。ここでは、特性行列の行列式を直接計算して得た共振周波数の近似値と比較することにより、以上の簡易計算法の妥当性を評価した。

MCAP 型スピーカーシステムの固有値を求める簡便な方法については、『並列配置型小部屋構造(MCAP)スピーカーシステムの固有振動を求める計算式』の Appendix-2 に記した通りである。筆者の場合、通常は、この方法のプログラムを用いて数値計算している。

実際の計算の比較には、最新作のTR130b型の計算結果を使用した。TR130b型の仕様を Table-3、構造・形状を Fig.3 に示す。

Table-3 TR130b 型の仕様

項目	仕様	プログラムによる特性周波数 計算値 <sup>6</sup>
主空気室	9.0ℓ	
第1副空気室容量	9.7ℓ	
第2副空気室容量	9.6ℓ	
第3副空気室容量	10.5ℓ	
第1ダクト(縦×横×長さ)	□40mm×40mm	94Hz
第2ダクト(縦×横×長さ)	□40mm×80mm	85Hz
第3ダクト(縦×横×長さ)	□40mm×100mm	67Hz
第4ダクト(縦×横×長さ)	□33mm×100mm	49Hz
第5ダクト(縦×横×長さ)	□33mm×180mm	37Hz
第6ダクト(縦×横×長さ)	□33mm×260mm	30Hz
ドライバー(初期)	Omnes Audio 製 L5 型	
ドライバー(変更)	Tangband 製 W5-1611SA 型	

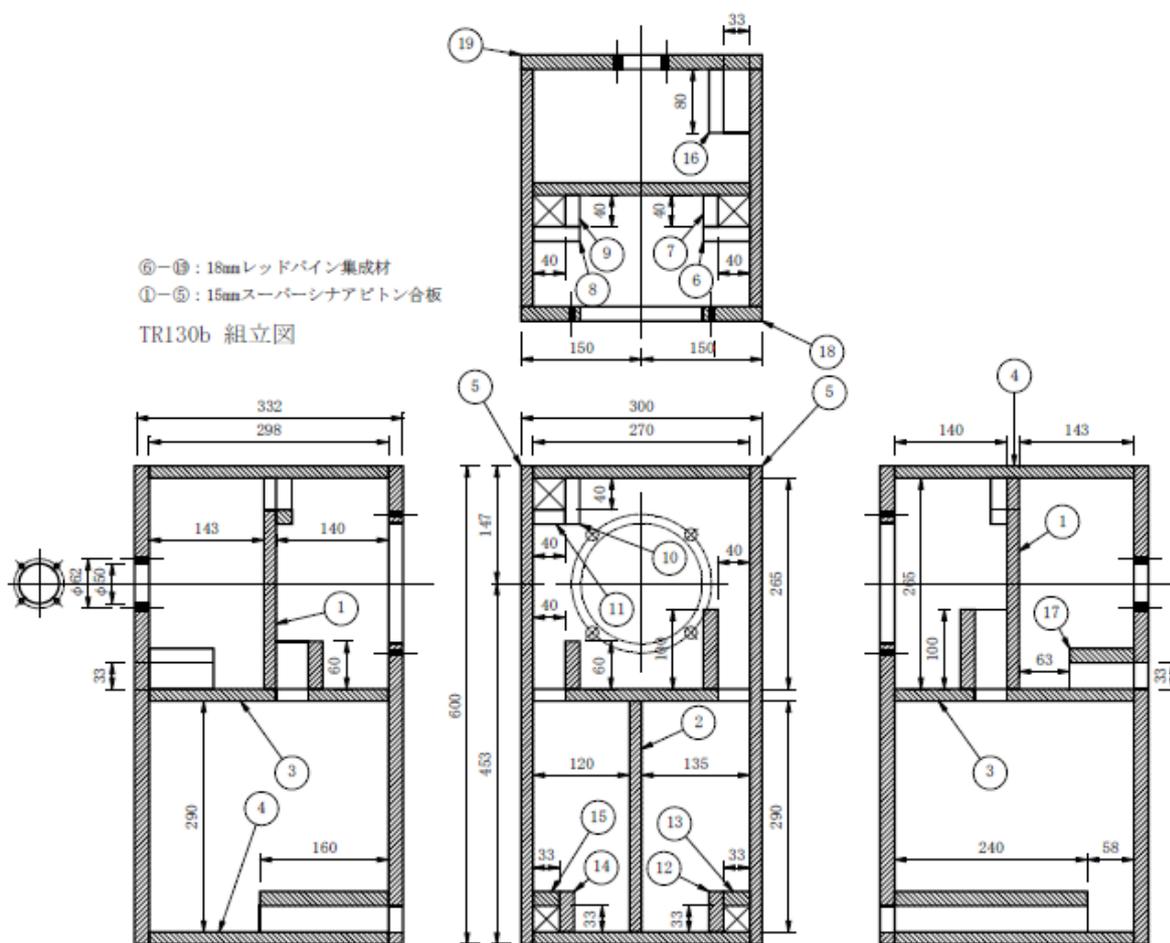


Fig.3 TR130b 型の構造

簡易計算において必要となるパラメータは、 $\alpha$  及び  $\beta$  だけであるので、これらのパラメータをプログラムによる計算結果に最も近くなるようにした場合の計算結果を Table-4 に示す。また、ドライバーに Omnes Audio 社製 L5 型を装着してスイープ信号の応答の簡易測定結果を Fig.5 に示す。Fig.5 において、共振周波数を特定することは困難であるが、共振によるピークと推定した

<sup>6</sup> ダクトの固有振動の周波数ではなく、あくまでも、連成振動の固有値計算の結果による特性周波数を表す。

部分には黄色の○、その他のピークには黄緑色の○を付けた。

Table-4 簡易計算とプログラム計算との結果の比較

Duct	$\alpha_j$	$\beta_j$	$m_j$ [kg]	$\hat{k}_j$ [N/m]	$\hat{f}_j$ [Hz]	$f_j^P$ [Hz]	$f_j^E$ [Hz]	Note
#1	1	-	0.0000768	37.73	111.6	94	96.4	$\beta$ は使用しない
#2	1	-	0.0001536	35.62	76.6	85	84.2	$\beta$ は使用しない
#3	1	-	0.0001920	33.86	66.8	67	70.0	$\beta$ は使用しない
#4	-	0	0.0001307	13.35	50.8	49	52.4	$\alpha$ は使用しない
#5	-	0	0.0002352	12.38	35.6	37	41.9	$\alpha$ は使用しない
#6	-	0	0.0003398	11.44	29.2	30	31.0	$\alpha$ は使用しない

- $\hat{f}_j$  : 簡易計算により推定した共振周波数
- $f_j^P$  : 計算プログラムにより推定した共振周波数
- $f_j^E$  : ドライバーに L5 を使用した場合の応答から推定した共振周波数

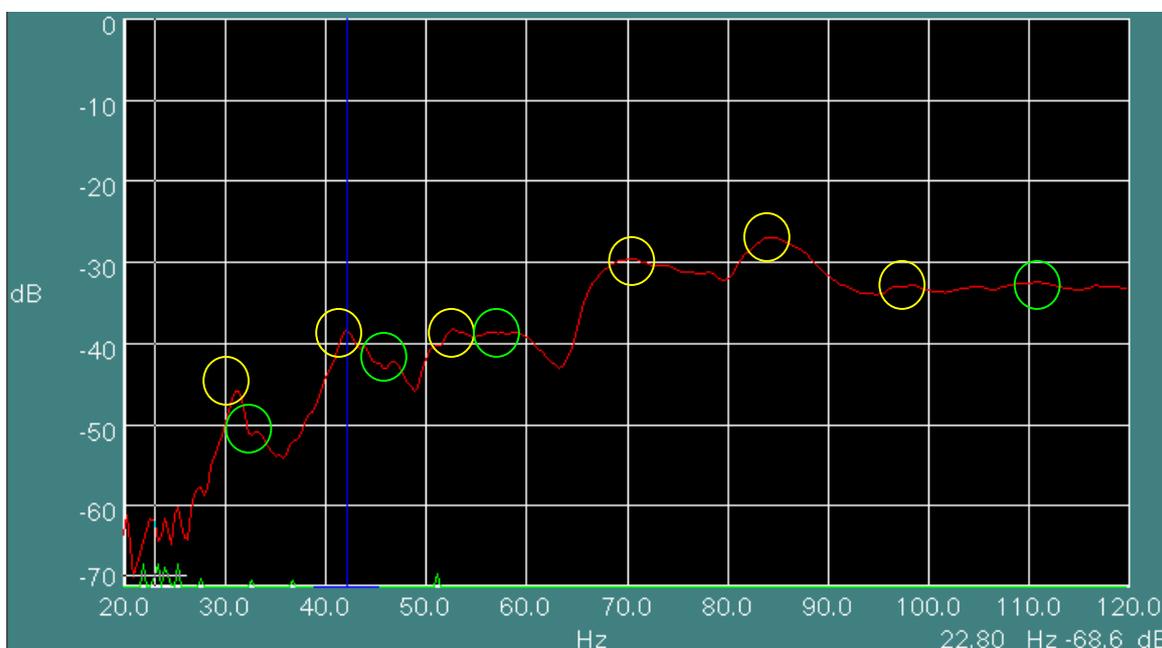


Fig.5 スイープ信号に対する応答特性簡易測定結果

[3] 考察

共振周波数と周波数応答のピークが一致しているという保証はないが、Fig.5 の結果を信頼した場合、プログラムによる計算結果は、+5Hz、-3Hz の誤差に収まっており実用的には十分な精度で一致していると云うことができる。

一方 Table-4 の結果のうち簡易計算を評価すると、大気開放ダクトの共振周波数計算については、副空気室の容量のみ考慮した結果とほぼ同等であり、内部ダクトの共振周波数については、主空気室の容量に副空気質の容量を加えて算定した結果に近いことを示している。実際に比較計算するまでは、このような結果を予想していなかったが、この結果から、周波数が低い側の共振は以下のように物理現象を解釈できる。

振動板背面の圧力波は、主空気室を通り、内部ダクトの空気塊を駆動する。内部ダクトの空気塊の共振周波数およびそれよりもやや高い周波数については、内部ダクトの中の空気塊の動きは、

振動板背面の位相と逆相になり位相反転動作をする。しかし、それより低い周波数の圧力波については、振動板背面の位相と同位相で内部ダクトを素通りし、副空気室に達する。すると、内部ダクトの空気塊は、振動板と同等の働きをするため、副空気室と大気開放ダクトがシングルバスレフキャビネットの働きをする。

以上のように解釈すれば、大気開放側のダクトの共振現象は、簡易計算によって十分な精度で周波数を推定できることになる。

共振周波数の算定が難しいのは、内部ダクトの側である。パラメータ  $\alpha$  を 1 とすることで、共振周波数の一部は近似的に推定できたようであるが、1 例の比較だけなので、一般的には精度が良いかどうかは分からない。また、その他の共振周波数の推定精度は高いとは云えない。このことは、各質点の連成(剛性行列の非対角要素)が無視できないためであると考えられる。

しかしながら、内部ダクトの共振周波数については、Fig.5 を見る限り、比較的応答が平坦な部分なので、多少推定値が異っても実用的には問題は少ないものと考えられる。以上から、内部ダクトの共振周波数については、 $\alpha=1$  として簡易計算を実施すれば実用的には問題が少いものと考えられる。

以上とは別に、MCAP 型のシステムでは、計算上の共振周波数以下の周波数でも応答することが確認されている。例えば、Fig.5 において、暗騒音は、黄緑色の線で表されるが、応答をピークホールドした赤線は、20Hz においても暗騒音よりも高いレベルを示している。データはとっていないが、ドライバーを L5 から W5-1611SA に交換後は、明らかに低音の再生限界が伸びたことを聴感で確認している。この点について、理由を以下のように考察した。

数式モデルにおいては、振動系を、質量のない空気ばねと、質点だけの構成と仮定しているが、実際には、空気室同士は一体化されており、簡易計算モデルのような曖昧な動作をしている。Table-2 においては、共振周波数のパラメータ  $\alpha$ 、 $\beta$  を特定の値としたが、実際の物理現象においては、固有の 1 点というよりもある範囲にわたって広く作用すると考えることができる。このため、最低共振周波数以下についても、主空気室の容積を活用することにより、程度は弱いもののバスレフ共振がある帯域に亘って発生している。このため、十分に強力なドライバーを使用すれば、共振のための強制振動を強力に伝えることができ、結果として、 $\beta=1$  として計算した共振周波数程度まで低音再生限界を伸ばすことができるものと考えられる。

#### [4] 結論

以上のように、MCAP 型スピーカーシステムの共振周波数を適当な精度で簡易的に推定することができた。MCAP 型スピーカーシステムを設計する場合には、Table-2 の式において、 $\alpha=1$ 、 $\beta=0$  として計算することにより、共振周波数を推定することができる。また、同じ式を用いて  $\beta=1$  として計算することにより最低再生周波数を推定することができる。これにより、特別な計算プログラムを使用せず、四則演算と平方根の計算のみで、MCAP 型の共振周波数を推定することが可能となった。

以上